Université 20 aout 1955 Skikda - Faculté des sciences – Département d'informatique (2025/2026)

- Complexité algorithmique -

Exercice 1 : Itérations imbriquées

Compter le nombre de fois nécessaires pour exécuter l'instruction $x \leftarrow j + 1$ par chacun des boucles (itérations) imbriquées suivantes, en déduisant leurs complexités temporelles.

1. (1) pour i ← 1 à n faire (2) pour j ← 1 à n faire (3) $x \leftarrow j + 1$	**2.** (1) pour i ← 5 à n-5 faire (2) pour j ← i-5 à i+5 faire (3) $x \leftarrow j + 1$
3. (1) pour i ← 1 à n faire (2) pour j ← 1 à i faire (3) $x \leftarrow j + 1$	**4.** (1) pour i ← 1 à n faire (2) pour j ← 1 à i faire (3) pour k ← 1 à j faire (4) $x \leftarrow j + 1$

Question : Plus généralement, que pouvez-vous dire de la complexité d'un algorithme en observant le nombre de boucles imbriquées (emboitées) ?

Exercice 2 : Recherche séquentielle d'un élément (e) dans un tableau T

1. Écrire la fonction qui recherche séquentiellement l'élément **e** dans un tableau **T** de taille **n**.
   La fonction reçoit en entrée e, T, et n, et va générer en sortie le premier indice i tel que T[i] = e, ou -1 si l'élément à rechercher e est absent.
2. Il s'agit maintenant d'évaluer le nombre de comparaisons effectuées lors de la recherche. Déterminer les cas favorables (au meilleur des cas) et défavorables (au pire des cas) et les nombres de comparaisons correspondants. Démontrer qu'ils correspondent bien respectivement au minimum et au maximum du coût de la fonction.

Exercice 3 : Valeurs numériques et ordres de grandeurs

On suppose qu'on travaille sur une machine capable d'effectuer environ un milliard d'opérations par seconde.

Calculer (**sans calculatrice**) le temps nécessaire approximatif pour exécuter des programmes dont les coûts sont donnés ci-dessous, avec des données de différentes tailles en entrée :

\ Taille des données → ↓ Coût de l'algorithme \	1 000	1 000 000	1 000 000 000
n			
$n \log_2 n$			
$n + 1\,000\,000$			
$n^2 / 1000 + 1000\ n$			

1. Quelle(s) conclusion(s) plus générale(s) en tirez-vous sur les ordres de grandeurs respectifs de ces coûts ?
2. Tracer sur une même figure les allures des courbes des fonctions $\log_2(n)$ et $\sqrt{n}$ sur une échelle Assez grande (n = 10 000 par exemple).
   Même consigne pour $10^{10} \times n^3$ et 2^n, avec n compris entre 0 et 50.

Exercice 4 : Les valeurs en double (doulants) dans un tableau

1. écrire la fonction qui vérifie l'existence d'un doulant au sein d'un tableau T de taille n. la fonction se termine et renvoi « VRAI » dès qu'elle tombe sur le premier doublant, et va retourner « FAUX » s'il n y a aucun doublant dans le tableau. (On appel doublant lorsqu'il existe deux éléments égaux dans le tableau).
2. Calculer le nombre des opérations élémentaires effectuées par cette fonction, en déduisant sa complexité temporelle à la meilleure des cas ainsi qu'au pire des cas.