

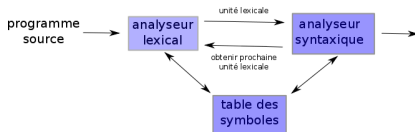
## Objectifs :

- ▶ Transformation d'un ensemble de caractères en concepts (nombres, identificateurs, mots clés, ...)
- ▶ On distingue les concepts suivants :

**Unité lexicale** : correspond à une entité (un concept) renvoyé par l'analyseur lexical. Par exemple  $<$ ,  $>$ ,  $<=$ ,  $>=$  sont tous des opérateurs relationels.

Un **lexème** est une instance d'unité lexicale. Par exemple le lexème 6.28 une instance de l'unité lexicale nombre.

Un **modèle** associe des lexèmes à leur unité lexicale.



## Alphabet :

- ▶ Un alphabet  $\Sigma$  est un ensemble fini de symboles. L'alphabet binaire  $\{0, 1\}$  et les codes ASCII sont des exemples d'alphabets,  $\{A, G, C, T\}$  est l'alphabet des bases ADN.
- ▶ Une chaîne, est une séquence finie de symboles. Le terme mot est également utilisé.
- ▶ Un préfixe de  $s$  est obtenu en supprimant un nombre quelconque de caractères en fin de  $s$ .
- ▶ Un suffixe de  $s$  est obtenu en supprimant un nombre quelconque de caractères en début de  $s$ .
- ▶ Une sous-chaîne de  $s$  est obtenue en supprimant un préfixe et/ou un suffixe de  $s$
- ▶ Un préfixe, suffixe, sous chaîne *propre* de  $s$  est un suffixe, préfixe ou une sous chaîne de  $s$  non égal à  $s$ .
- ▶ *Sous suite* de  $s$  : toute chaîne obtenue en supprimant des caractères de  $s$ .

## Langages :

- ▶ Un langage est un ensemble a priori quelconques de chaînes construites sur un alphabet. L'ensemble des codes source  $C$ , des nombres binaires ou des codes ADN sont des langages.
- ▶  $\emptyset$  désigne le langage vide. On désigne également par  $\{\epsilon\}$  le langage composé uniquement de la chaîne vide.
- ▶ Si  $x$  et  $y$  sont deux chaînes, la concaténation de  $x$  et  $y$ ,  $xy$  représente la chaîne formée par la séquence des symboles de  $x$  suivie de celle de  $y$ . Ex :  $x=\text{anti}$ ,  $y=\text{constitutionnellement}$ ,  $xy=\text{anticonstitutionnellement}$ .
- ▶ Un alphabet  $\Sigma$  munit de la concaténation et de son élément neutre  $\epsilon$  a une structure de monoïde (intuitivement un groupe sans l'inverse).
- ▶ Exponentiation :  $s^0 = \epsilon$ ,  $s^1 = s$ ,  $s^n = s^{n-1}s$

# Opérations sur les langages

## Définitions :

- ▶ Union ( $L \cup M$ ) :

$$L \cup M = \{s \mid s \in L \text{ ou } s \in M\}$$

- ▶ Concaténation ( $LM$ ) :

$$LM = \{st \mid s \in L \text{ et } t \in M\}$$

Remarque :  $LL$  est dénoté  $L^2$ ,  $L^0 = \{\epsilon\}$ ,  $L^1 = L$ .

- ▶ Fermeture de Kleene ( $L^*$ ) :

$$L^* = \bigcup_{i=0}^{+\infty} L^i$$

- ▶ Fermeture positive ( $L^+$ ) :

$$L^+ = \bigcup_{i=1}^{+\infty} L^i$$

## Exemples :

- ▶ Si  $B = \{0, 1\}$ ,  
 $B^+$  est l'ensemble des nombres binaires d'au moins un chiffre.
- ▶ Si  $C = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ,  
 $C^4$  est l'ensemble des nombres de 4 chiffres.
- ▶ Si  $K = \{a, \dots, z, A, \dots, Z\}$ ,  
 $K(K \cup C)^*$  est l'ensemble des mots commençant par une lettre puis composés d'un nombre quelconque de lettres et chiffres.

- ▶ Une expression régulière  $r$  est construite récursivement à partir d'union (notée  $|$ ), de concaténation, et de fermeture. Elle définit un langage  $L(r)$ .
  1.  $\epsilon$  est une expression régulière qui dénote  $L(\epsilon) = \{\epsilon\}$ ,
  2.  $a \in \Sigma$  est une expression régulière qui dénote l'ensemble  $L(a) = \{a\}$ ,
    - 2.1  $(r)$  est une expression régulière dénotant  $L(r)$ ,
    - 2.2  $(r)|(s)$  est une expression régulière dénotant  $L(r) \cup L(s)$ ,
    - 2.3  $(r)(s)$  est une expression régulière dénotant  $L(r)L(s)$ ,
    - 2.4  $(r)^*$  est une expression régulière dénotant  $L(r)^*$ ,
- ▶ Toute expression construite à partir de la construction ci-dessus est régulière.

## Exemple

Soit  $\Sigma = \{a, b\}$

- ▶  $L(a|b) = \{a, b\}$ ,
- ▶  $L((a|b)(a|b)) = \{aa, ab, ba, bb\}$ ,
- ▶  $L(a^*) = \{\epsilon, a, a^2, \dots\}$ ,
- ▶  $\{a, a^2, b, b^2, ab, ab^2, a^2b^2, \dots\} \subset L((a|b)^*)$ ,
- ▶ On évite des parenthèse inutiles en utilisant les conventions suivantes :
  - ▶ \* a la plus haute priorité,
  - ▶ la concaténation à la deuxième plus haute priorité et est associative à gauche,
  - ▶ | a la plus faible priorité et est associatif à gauche.

$$a^*(a|b|c)^*de = ((a)^*(((a)|(b))|(c))^*)((d)(e))$$

Axiome	Descriptif
$r s = s r$	est commutatif
$r (s t) = (r s) t$	est associatif
$(rs)t = r(st)$	la concaténation est associative
$r(s t) = rs rt$ $(s t)r = sr tr$	la concaténation est distributive vis à vis de
$\epsilon r = r\epsilon = r$	$\epsilon$ est un élément neutre pour la concaténation
$r^* = (r \epsilon)^*$	
$r^{**} = r^*$	* est idempotent



Il peut être commode de donner des noms à des expressions régulières et de s'en réserver dans des expressions plus complexes. On utilise pour cela des **définitions régulières**.

- Soit  $\Sigma$  un alphabet, et un ensemble de couples

$$\begin{array}{lcl} d_1 & \rightarrow & r_1 \\ d_2 & \rightarrow & r_2 \\ & \vdots & \\ d_n & \rightarrow & r_n \end{array}$$

où  $r_i$  est une expression régulière et  $d_i$  son nom associé.

- Cette définition est appelée régulière si chaque  $r_i$  représente une expression régulière construite sur  $\Sigma \cup \{d_1, \dots, d_{i-1}\}$ .

# Exemple de définition régulière

► Identificateurs de variables

**lettre** →  $a|b|c \dots |z|A|B \dots |Z$   
**chiffre** →  $0|1|2|3|4|5|6|7|8|9$   
**id** → **lettre**(**lettre**|**chiffre**)\*

► Nombres :

**pm** →  $(+|-)$   
**chiffre** →  $0|1|2|3|4|5|6|7|8|9$   
**frac** →  $.\text{chiffre}^+$   
**exp** →  $E (\text{pm}|\epsilon) \text{chiffre}^+$   
**nb** →  $(\text{pm}|\epsilon) (\text{chiffre}^+(\text{frac}|\epsilon)|\text{frac}) (\text{exp}|\epsilon)$

NB : 14. ou -E5 ne sont pas reconnus par cette définition.

## Notations abrégées :

- ▶ L'expression  $(r|\epsilon)$  se note également  $r?$ . Ainsi  $\mathbf{exp} \rightarrow E (\mathbf{pm}|\epsilon) \mathbf{chiffre}^+$ , se note également  $\mathbf{exp} \rightarrow E \mathbf{pm? chiffre}^+$ ,
- ▶  $(a|b|c)$  se note également  $[abc]$ . De même  $(a|b|\dots|z)$  se note  $[a-z]$  et  $[a-zA-Z0-9]$  représente  $(a|\dots|z|A|\dots|Z|0|\dots|9)$ . Ainsi l'ensemble des identificateurs se note :  $[a-zA-Z][a-zA-Z0-9]^*$ .




## Limites des expressions régulières :

Ayez bien conscience que les expressions régulières ne permettent de coder qu'un nombre limité de langages. En particulier, les expressions régulières ne permettent pas de compter. Ainsi le langage :

$$L = \{w c w \mid w \in L(\{a, b\}^*)\}$$

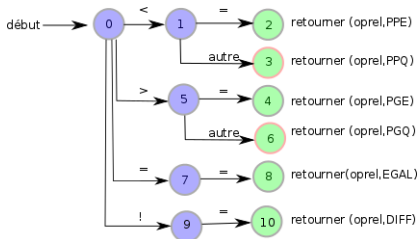
n'est pas régulier.

Un diagramme de transition est une représentation graphique du processus de reconnaissance d'une unité lexicale. Il représente les actions réalisées par l'analyseur lexical sur le tampon d'entrée lorsqu'il est appelé par l'analyseur syntaxique.

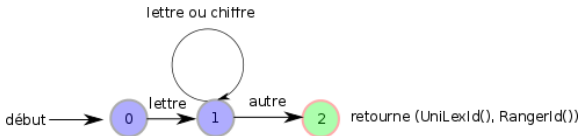
- ▶ Un diagramme de transition est constitué d'états :
  - ▶ Internes 
  - ▶ Finaux : 
  - ▶ Finaux avec recul de tampon  Ces états d'acceptation codent les cas où il est nécessaire de reculer le tampon d'entrée.
- ▶ Les arcs codent les transitions entre états. Ils ont des étiquettes indiquant sur quelle entrée s'effectue chaque changement d'état. L'étiquette autre, code tout caractère autre que ceux indiqués par les changements d'états sur l'état courant. On suppose les diagrammes déterministes (i.e. une même étiquette ne peut envoyer sur deux états différents)

# Diagramme de transition : Exemple

► **oprel** → (< | > | <= | >= | == | !=)



► **id** → lettre(lettre|chiffre)\*.

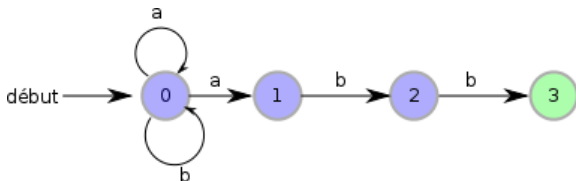


**Un AFN** est un modèle mathématique défini par :

- ▶ Un ensemble d'états  $E$ ,
- ▶ Un ensemble de symboles d'entrées  $\Sigma$
- ▶ Une fonction de transition *Transiter*, qui fait correspondre des couples (état,symbole) à des ensembles d'états
- ▶ Un état  $e_0$  correspondant à l'état de départ
- ▶ Un ensemble d'états  $F$  représentant les états d'acceptation (ou états finaux).

Le langage défini par un AFN est l'ensemble des chaînes menant à un état d'acceptation.

- Soit l'unité lexicale  $(a|b)^*abb$ . Celle ci est reconnue par l'AFN suivant :

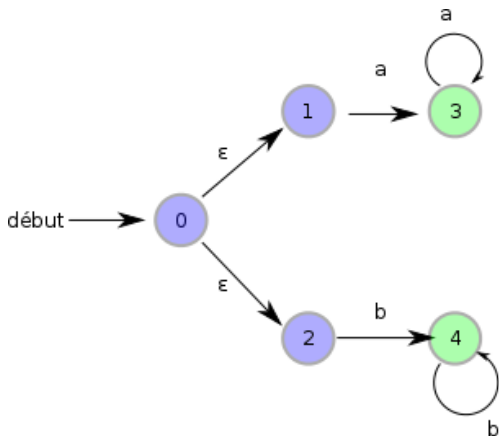


- associé à la table de transition :

Transiter		
Etat	Symbole d'entrée	
	a	b
0	{0, 1}	0
1	—	2
2	—	3

# AFN : Un second exemple

- Soit l'unité lexicale  $aa^*|bb^*$



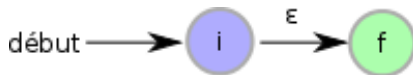
- Notez les transitions  $\epsilon$  sur l'état de départ et les boucle sur les états d'acceptation.



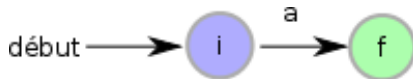
# Construction d'un AFN à partir d'une expression régulière

## Construction récursive :

1. Pour  $\epsilon$  construire l'AFN :



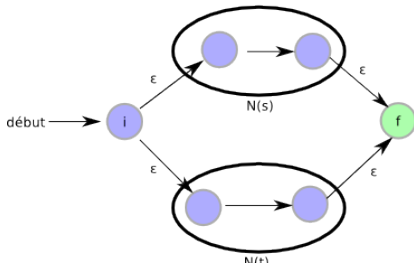
2. Pour  $a \in \Sigma$  construire l'AFN :



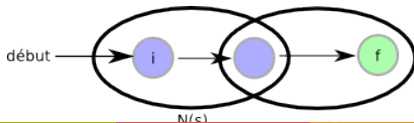
# Construction d'un AFN à partir d'une expression régulière

## Construction récursive :

3. Soient  $N(s)$  et  $N(t)$  les AFN des expressions  $s$  et  $t$ . L'AFN  $N(s|t)$  est défini par :



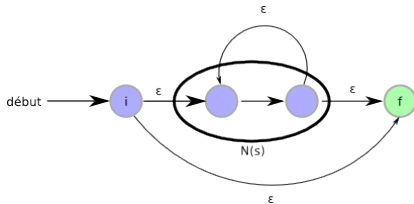
4. Soient  $N(s)$  et  $N(t)$  les AFN des expressions  $s$  et  $t$ . L'AFN  $N(st)$  est défini par :



# Construction d'un AFN à partir d'une expression régulière

## Construction récursive :

4. Soit  $N(s)$  l'AFN de l'expression  $s$ . L'AFN  $N(s^*)$  est défini par :



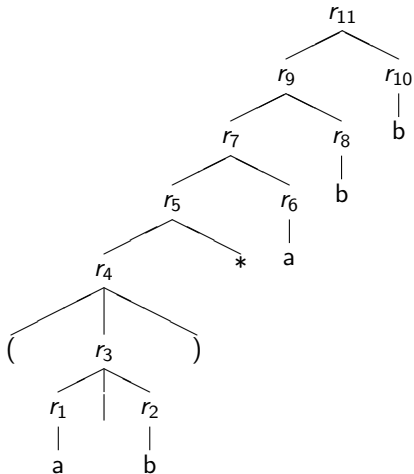
5. L'AFN associé à  $(s)$  est  $N(s)$  lui même.

Les propriétés suivantes se montrent facilement en suivant le processus de construction.

- ▶  $N(r)$  a au plus deux fois plus d'états qu'il n'y a de symboles dans  $r$ .
- ▶  $N(r)$  a exactement un état de départ et un état d'acceptation. L'état d'acceptation n'a pas de transition sortante.
- ▶ Chaque état de  $N(r)$  a soit une transition sortante sur un symbole de  $\Sigma$ , soit au plus deux transitions sortantes sur  $\epsilon$ .

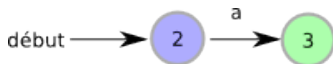
# Exemple

- Évaluation de  $(a|b)^*abb$ . Son arbre syntaxique associé est (cf évaluation d'expressions cours 1A algo) :



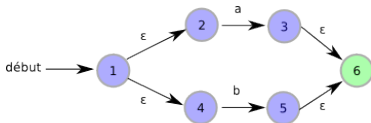
# Exemple de construction d'AFN

- Construisons les AFN,  $N(r_1)$  et  $N(r_2)$  :

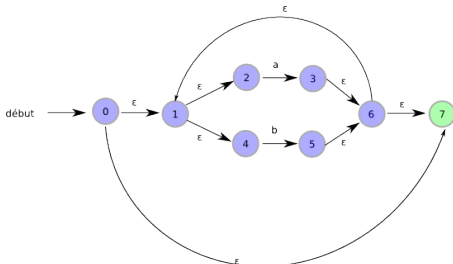


# Exemple de construction d'AFN

- ▶ Construisons l'AFN de  $r_3 = r_1|r_2$ .

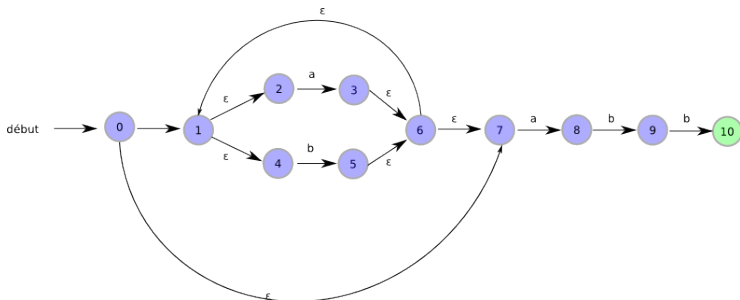


- ▶  $N(r_4) = N(r_3)$ , construisons l'AFN de  $r_5 = (r_1|r_2)^*$



# Exemple de construction d'AFN

- Construisons directement  $r_{11}$  par 3 applications successives de la règle 4. Pour obtenir l'AFN final :





# Reconnaissance d'une expression régulière par un AFN

L'algorithme calcule itérativement un ensemble d'états  $E$  en utilisant les fonctions :

- ▶  $\text{Transiter}(E,a)$  : retourne l'ensemble des états accessibles via les états  $E$  par une transition 'a'.
- ▶  $\epsilon$ -fermeture( $E$ ) : renvoie l'ensemble des états accessibles depuis  $E$  par une  $\epsilon$  transition.

**fonction**  $\text{recAFN}(e_0,F)$  : Booléen

**Déclaration**  $E$  : Ensemble d'états,  $c$  : caractère

**début**

$E \leftarrow \epsilon$ -fermeture( $e_0$ )

$c \leftarrow \text{carSuivant}()$

**tant que**  $c \neq \text{fdf}$  **faire**

$E \leftarrow \epsilon$ -fermeture( $\text{Transiter}(E,c)$ )

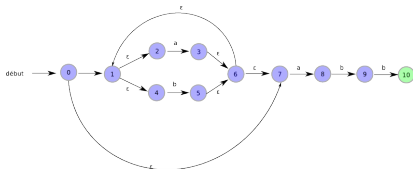
$c \leftarrow \text{carSuivant}()$

**fintantque**

**retourner**  $E \cap F \neq \emptyset$

**fin**

# Déroulement de la reconnaissance d'une expression régulière par un AFN



Considérons le lexème  $s = aabb$ .

1.  $E = \epsilon\text{-fermeture}(0) = \{0, 1, 2, 4, 7\}$  ;  $c = 'a'$
2.  $\text{Transiter}(E, 'a') = \{3, 8\}$  ;  
 $\epsilon\text{-fermeture}(\text{Transiter}(E, 'a')) = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8\}$  ;  $c = 'a'$
3.  $\text{Transiter}(E, 'a') = \{3, 8\}$  ;  
 $\epsilon\text{-fermeture}(\text{Transiter}(E, 'a')) = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8\}$  ;  $c = 'b'$
4.  $\text{Transiter}(E, 'b') = \{5, 9\}$  ;  
 $\epsilon\text{-fermeture}(\text{Transiter}(E, 'a')) = \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 9\}$  ;  $c = 'b'$
5.  $\text{Transiter}(E, 'b') = \{5, 10\}$  ;  
 $\epsilon\text{-fermeture}(\text{Transiter}(E, 'a')) = \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 10\}$  ;  $c = 'fdf'$

# Des AFN aux Automates finis déterministes (AFD)

L'utilisation d'un AFN pour reconnaître un lexème est parfaite. En revanche si on doit traiter des milliers ou des millions de chaînes il est certain que l'on effectuera de nombreuses fois les mêmes  $\epsilon$ -fermeture et les mêmes transitions. Un automate fini déterministe (AFD) est un automate où :

- ▶ Aucun état n'a de  $\epsilon$ -transition
- ▶ Pour chaque état  $e$  et chaque symbole  $a \in \Sigma$  il existe au plus une transition étiquetée 'a' sortant de  $e$ .

La reconnaissance d'un lexème par un AFN consiste donc simplement à tester si il existe un chemin de l'état d'entrée à un état d'acceptation.

**fonction** recAFD ( $e_0, F$ ) : Booléen

**Déclaration**  $e$  : état,  $c$  : caractère

**début**

$e \leftarrow e_0$

$c \leftarrow \text{carSuivant}()$

**tant que**  $c \neq \text{fdf}$  **faire**

$e \leftarrow \text{Transiter}(e, c)$

$c \leftarrow \text{carSuivant}()$

**fintantque**

**retourner**  $e \in F$

**fin**

# Transformation d'un AFN en AFD

La reconnaissance d'un lexème par un AFD calcule une suite d'ensembles d'états. L'idée de base est de pré calculer ces ensembles d'états et de les stocker dans l'AFD avec leurs transitions (table Dtran).

**fonction** recAFD (AFN( $e_0$ ,F)) : AFD

**Déclaration** Détat : ensemble d'états

**début**

D-état  $\leftarrow \epsilon$ -fermeture( $\{e_0\}$ )

**tant que** il existe  $T$  non marqué dans Détat **faire**

marquer  $T$

**Pour chaque**  $a$  dans  $\Sigma$  **faire**

$U \leftarrow \epsilon$ -fermeture(Transiter( $T, a$ ))

**si**  $U \not\subseteq$  Détat **alors**

Détat  $\leftarrow$  Détat  $\cup \{U\}$

**finsi**

Dtran[ $T, a$ ]  $\leftarrow U$

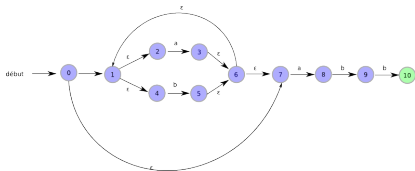
**finpour**

**fintantque**

**retourner** AFD(Dtran, Détat)

**fin**

# Exemple de transformation

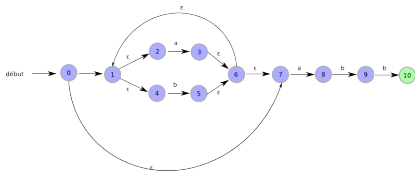


- $\epsilon$ -fermeture( $\{0\}$ ) =  $\{0, 1, 2, 4, 7\} = A$

Transiter		
Etat	Symbole d'entrée	
	a	b
A		

$$A = \{0, 1, 2, 4, 7\}$$

# Exemple de transformation



►  $\epsilon$ -fermeture( $\{0\}$ )= $\{0, 1, 2, 4, 7\}$ =A

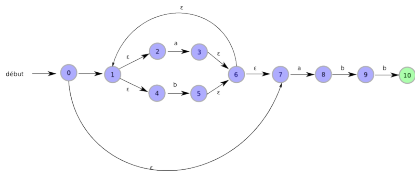
►  $\epsilon$ -fermeture(Transiter(A,a))= $\epsilon$ -fermeture( $\{3, 8\}$ )= $\{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8\}$ =B

Transiter		
Etat	Symbole d'entrée	
	a	b
A	B	
B		

$$A = \{0, 1, 2, 4, 7\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8\}$$

# Exemple de transformation



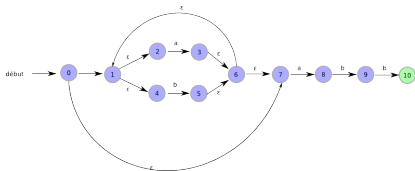
- ▶  $\epsilon$ -fermeture( $\{0\}$ ) =  $\{0, 1, 2, 4, 7\} = A$
- ▶  $\epsilon$ -fermeture(Transiter(A,b)) =  $\epsilon$ -fermeture( $\{5\}$ ) =  $\{1, 2, 4, 5, 6, 7\} = C$

Transiter		
Etat	Symbole d'entrée	
	a	b
A	B	C
B		
C		

$$\begin{aligned}
 A &= \{0, 1, 2, 4, 7\} \\
 B &= \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8\} \\
 C &= \{1, 2, 4, 5, 6, 7\}
 \end{aligned}$$



# Exemple de transformation



- ▶  $\epsilon$ -fermeture( $\{0\}$ ) =  $\{0, 1, 2, 4, 7\}$  = A
- ▶  $\epsilon$ -fermeture(Transiter(B,a)) =  $\epsilon$ -fermeture( $\{3, 8\}$ ) = B

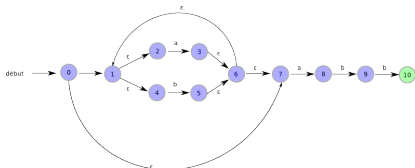
Transiter		
Etat	Symbole d'entrée	
	a	b
A	B	C
B	B	
C		

$$A = \{0, 1, 2, 4, 7\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8\}$$

$$C = \{1, 2, 4, 5, 6, 7\}$$

# Exemple de transformation



►  $\epsilon$ -fermeture( $\{0\}$ ) =  $\{0, 1, 2, 4, 7\}$  = A

►  $\epsilon$ -fermeture(Transiter(B,b)) =  $\epsilon$ -fermeture( $\{5, 9\}$ ) =  $\{1, 2, 4, 5, 6, 7, 9\}$  = D

Transiter		
Etat	Symbole d'entrée	
	a	b
A	B	C
B	B	D
C		
D		

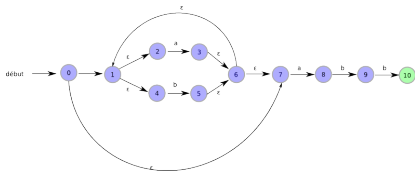
$$A = \{0, 1, 2, 4, 7\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8\}$$

$$C = \{1, 2, 4, 5, 6, 7\}$$

$$D = \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 9\}$$

# Exemple de transformation

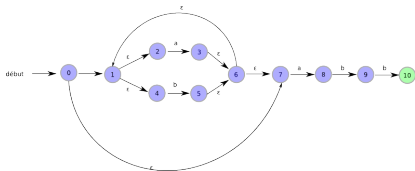


- ▶  $\epsilon$ -fermeture( $\{0\}$ ) =  $\{0, 1, 2, 4, 7\}$  = A
- ▶  $\epsilon$ -fermeture(Transiter(C,a)) =  $\epsilon$ -fermeture( $\{3, 8\}$ ) = B

Transiter		
Etat	Symbole d'entrée	
	a	b
A	B	C
B	B	D
C	B	
D		

- A =  $\{0, 1, 2, 4, 7\}$
- B =  $\{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8\}$
- C =  $\{1, 2, 4, 5, 6, 7\}$
- D =  $\{1, 2, 4, 5, 6, 7, 9\}$

# Exemple de transformation

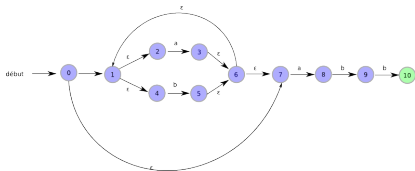


- ▶  $\epsilon$ -fermeture( $\{0\}$ ) =  $\{0, 1, 2, 4, 7\} = A$
- ▶  $\epsilon$ -fermeture(Transiter(C,b)) =  $\epsilon$ -fermeture( $\{5\}$ ) = C

Transiter		
Etat	Symbole d'entrée	
	a	b
A	B	C
B	B	D
C	B	C
D		

- A =  $\{0, 1, 2, 4, 7\}$
- B =  $\{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8\}$
- C =  $\{1, 2, 4, 5, 6, 7\}$
- D =  $\{1, 2, 4, 5, 6, 7, 9\}$

# Exemple de transformation

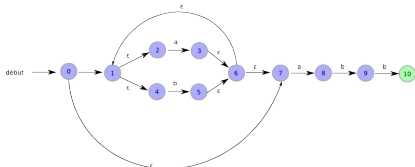


- ▶  $\epsilon$ -fermeture( $\{0\}$ ) =  $\{0, 1, 2, 4, 7\}$  = A
- ▶  $\epsilon$ -fermeture(Transiter(D,a)) =  $\epsilon$ -fermeture( $\{3, 8\}$ ) = B

Transiter		
Etat	Symbole d'entrée	
	a	b
A	B	C
B	B	D
C	B	C
D	B	

$$\begin{aligned}
 A &= \{0, 1, 2, 4, 7\} \\
 B &= \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8\} \\
 C &= \{1, 2, 4, 5, 6, 7\} \\
 D &= \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 9\}
 \end{aligned}$$

# Exemple de transformation

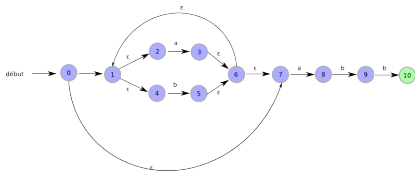


- ▶  $\epsilon$ -fermeture( $\{0\}$ ) =  $\{0, 1, 2, 4, 7\}$  = A
- ▶  $\epsilon$ -fermeture(Transiter(D,b)) =  
 $\epsilon$ -fermeture( $\{5, 10\}$ ) =  $\{1, 2, 4, 5, 6, 7, 10\}$  = E

Transiter		
Etat	Symbole d'entrée	
	a	b
A	B	C
B	B	D
C	B	C
D	B	E
E		

- A =  $\{0, 1, 2, 4, 7\}$
- B =  $\{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8\}$
- C =  $\{1, 2, 4, 5, 6, 7\}$
- D =  $\{1, 2, 4, 5, 6, 7, 9\}$
- E =  $\{1, 2, 4, 5, 6, 7, 10\}$

# Exemple de transformation

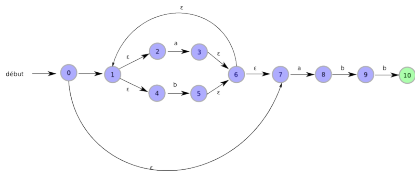


- ▶  $\epsilon$ -fermeture( $\{0\}$ ) =  $\{0, 1, 2, 4, 7\}$  = A
- ▶  $\epsilon$ -fermeture(Transiter(E,a)) =  $\epsilon$ -fermeture( $\{3, 8\}$ ) = B

Transiter		
Etat	Symbole d'entrée	
	a	b
A	B	C
B	B	D
C	B	C
D	B	E
E	B	

- A =  $\{0, 1, 2, 4, 7\}$
- B =  $\{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8\}$
- C =  $\{1, 2, 4, 5, 6, 7\}$
- D =  $\{1, 2, 4, 5, 6, 7, 9\}$
- E =  $\{1, 2, 4, 5, 6, 7, 10\}$

# Exemple de transformation



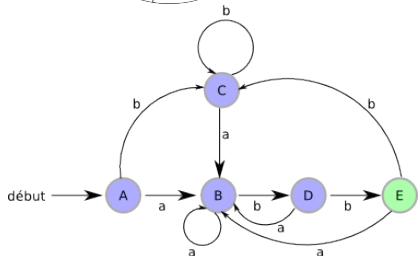
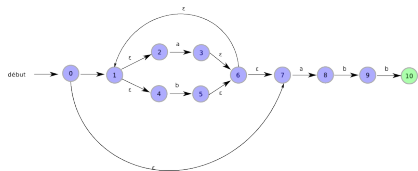
- ▶  $\epsilon$ -fermeture( $\{0\}$ ) =  $\{0, 1, 2, 4, 7\}$  = A
- ▶  $\epsilon$ -fermeture(Transiter(E,b)) =  $\epsilon$ -fermeture( $\{5\}$ ) = C

Transiter		
Etat	Symbole d'entrée	
	a	b
A	B	C
B	B	D
C	B	C
D	B	E
E	B	C

- A =  $\{0, 1, 2, 4, 7\}$
- B =  $\{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8\}$
- C =  $\{1, 2, 4, 5, 6, 7\}$
- D =  $\{1, 2, 4, 5, 6, 7, 9\}$
- E =  $\{1, 2, 4, 5, 6, 7, 10\}$



# Exemple de transformation



Transiter		
Etat	Symbole d'entrée	
	a	b
A	B	C
B	B	D
C	B	C
D	B	E
E	B	C

- ▶ La reconnaissance d'un lexème par un AFD est plus rapide (une seule transition par état),
- ▶ En revanche le nombre d'états d'un AFD peut être exponentiel par rapport au nombres d'états de l'AFN.

Automate	Place	Temps
AFN	$\mathcal{O}( r )$	$\mathcal{O}( r  *  x )$
AFD	$\mathcal{O}(2^{ r })$	$\mathcal{O}( x )$

- ▶ Différents compromis ou heuristiques (tel que l'évaluation paresseuse des transitions) sont donc utilisés.

- ▶ L'analyseur lexical Lex se combine avec l'analyseur syntaxique Yacc pour produire des compilateurs en C.
- ▶ Les cousins de Lex/Yacc pour le C++ se nomment Flex et Bisons.
- ▶ L'application de Lex sur un fichier produit un fichier `lex.yy.c` que l'on compile en utilisant la librairie Lex : `libl`.
- ▶ Ci joint un exemple de Makefile :

```
CC          = gcc
LEX         = lex
LEXFILE     = monFichier.lex
OBJ         = lex.yy.o
OUTPUT     = nbld
LIB         = -ll

$(OUTPUT) : $(OBJ) $(LIB)
            $(CC) $(OBJ) -o $@ $(LIB)

lex.yy.o : lex.yy.c
            $(CC) -c lex.yy.c

lex.yy.c : $(LEXFILE)
            $(LEX) $(LEXFILE)
```

x	le caractère "x"
.	n'importe quel caractère sauf \n
[xyz]	soit x, soit y, soit z
[^bz]	tous les caractères, sauf b et z
[a-z]	n'importe quel caractère entre a et z
[^a-z]	tous les caractères, sauf ceux compris entre a et z
r*	zéro r ou plus, où r est n'importe quelle expression régulière
r+	au moins un r
r?	au plus un r (c'est-à-dire un r optionnel)
r{2,5}	entre 2 et 5 r
r{2,}	2 r ou plus
r{2}	exactement 2 r
rs	r suivi de s
r s	r ou s
r/s	r, seulement s'il est suivi par s
^r	r, mais seulement en début de ligne
r\$	r, mais seulement en fin de ligne

<code>{r}</code>	l'expansion de r
<code>"[xyz\"foo"</code>	la chaîne "[xyz"foo"
<code>\X</code>	si X est un "a", "b", "f", "n", "r", "t", ou "v", représente l'interprétation ANSI-C de \X.
<code>\0</code>	le caractère ASCII 0
<code>\123</code>	le caractère dont le code ASCII est 123, en octal
<code>\x2A</code>	le caractère dont le code ASCII est 2A, en hexadécimal
<code>&lt;&lt;EOF&gt;&gt;</code>	fin de fichier

%{

Déclaration des variables C

%}

Déclaration des Unités lexicales

%%

Déclarations des actions associées à la reconnaissance d'unités lexicales

%%

Code C supplémentaire (déclarations de fonctions auxiliaires)

# Exemple de fichier Lex

```
%{
```

```
    int nb_numbers=0,nb_id=0;
```

```
%}
```

```
pm [+ -]
```

```
chiffre [0-9]
```

```
frac \.{chiffre}+
```

```
exp E{pm}?{chiffre}+
```

```
nb {pm}?(( {chiffre}+{frac}?) | {frac}){exp}?
```

```
lettre [a-zA-z]
```

```
id {lettre}({lettre}|{chiffre})*
```

```
%%
```

```
{nb} { nb_numbers++;printf("Nombre %s reconnu : %f\n",yytext,atof(yytext));}
```

```
{id} { nb_id++;printf("Id %s reconnu\n",yytext);}
```

```
{nb}{id} {printf("Lexical error\n");}
```

```
%%
```

```
int main()
```

```
{
```

```
    yylex();
```

```
    printf("Nb Numbers: %d, \nNb Id %d\n",nb_numbers,nb_id);
```

```
    return 0;
```

```
}
```