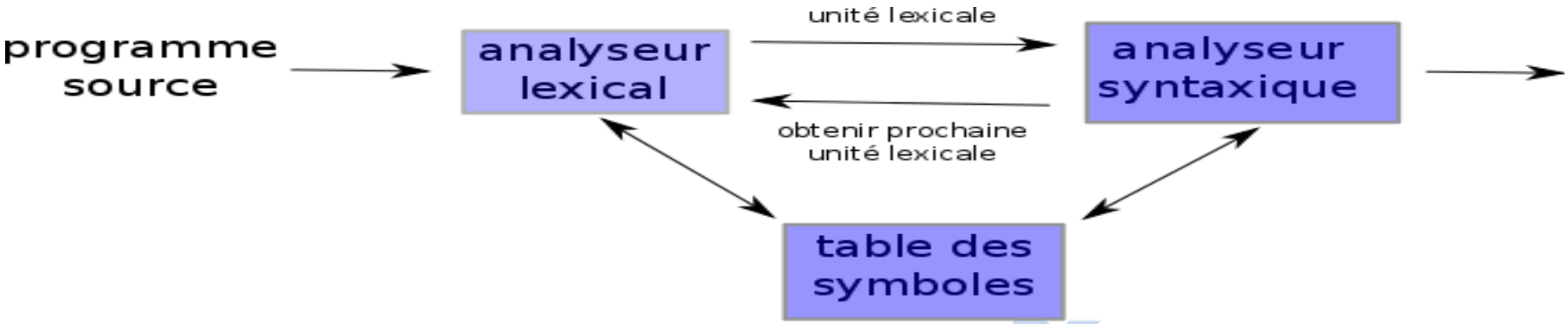
Analyse syntaxique



- L'analyseur lexical a en charge la reconnaissance des unités lexicales (nombres, mots clés, identifiants),
- L'analyseur syntaxique prend en charge l'agencement des unités lexicales pour former un langage.
- Les deux analyseurs collaborent via la table des symboles.

Exemple :

```
Si (x < 0)
alors
    x=-x
Finsi
```

→

```
Si Expr
alors
    Instr
Finsi
```

Analyse Syntaxique et grammaires

Nous allons utiliser les grammaires car :

- Les grammaires permettent une spécification facile et précise d'un langage,
- Pour les classes de grammaires usuellement utilisées, il existe des outils efficaces (Yacc, Bisons,. . .) permettant d'analyser automatiquement un fichier source à partir d'une grammaire.
- Les grammaires aident à spécifier proprement les langages de programmation ce qui est utile dans toutes les étapes ultérieures.
- Une spécification d'un langage par une grammaire permet de le faire évoluer (ajouter des fonctionnalités) simplement.

Grammaire non contextuelle

Une grammaire non contextuelle (/hors contexte/algébrique) est composée de productions :

$$X \rightarrow w$$

où X est appeléun non terminal (membre gauche de la règle) et w est une chaîne composéede terminaux et/ou de non terminaux.
Le terme non contextuel vient du fait que l'on remplace X par w sans référence au contexte où il apparaît.
Exemple de grammaire :

expr	→	*expr op expr*
expr	→	(*expr*)
expr	→	− *expr*
expr	→	Id
op	→	+
op	→	−
op	→	*
op	→	/

- *expr* et *op* sont des non terminaux
- id, +,-,*,/ sont des terminaux
- *expr* représente l'axiome : tout le langage est dérivé de l'axiome.

Notations

1. Terminaux : Les lettres minuscules du début de l'alphabet : a, b, c. . ., les symboles d'opérateurs +,-,. . ., les symboles de ponctuation '(',')',',',';'. . ., les chiffres 0 à 9 les chaînes en gras **id**, **Si** représentant des unités lexicales.
2. Non terminaux : Les lettres majuscules du début de l'alphabet : A, B, C. . ., la lettre *S* qui représente généralement l'axiome, les noms en italiques *expr*, *op*
3. Les lettres majuscules de la fin de l'alphabet *X*, *Y*, *Z* représentent des symboles grammaticaux (i.e. des terminaux ou non terminaux)
4. les chaînes minuscules de la fin de l'alphabet *u*, *v*, *w*, . . . ,*z* représentent des chaînes de terminaux (ou phrases).
5. Les lettres grecques minuscules α, β, γ représentent des chaînes de symboles grammaticaux ou proto-phrases (composées de terminaux et non terminaux). Ex : $A \rightarrow \alpha$

Notations

6. La suite de productions $A \rightarrow \alpha_1$, $A \rightarrow \alpha_2$, ..$A \rightarrow \alpha_n$ se réécrit en $A \rightarrow \alpha_1|\alpha_2|.|\alpha_n$.
7. Sauf indication contraire la partie gauche de la première production indique l'axiome.

- La notation $E \Rightarrow -E$ signifie E se dérive en $-E$.
  Exemple : $E \Rightarrow -E \Rightarrow -(E) \Rightarrow -(Id)$
  De façon plus générale $\alpha A \beta \Rightarrow \alpha\gamma\beta$ si $A \rightarrow \gamma$.
- La notion se dérive en 0 à n étapes se note $\overset{*}{\Rightarrow}$. On a ainsi $E \overset{*}{\Rightarrow} -(Id)$ mais également $E \overset{*}{\Rightarrow} -(E)$.
- $\overset{+}{\Rightarrow}$ signifie se dérive en 1 à n étapes.

Vérification et expressions régulières

Le langage engendré par une grammaire est l'ensemble des phrases dérivées de son axiome. On dit dans ce cas que le langage est non contextuel.

$$L(G) = \{ w \in \Sigma^* \mid S \overset{*}{\Rightarrow} w \}$$

- La preuve qu'une grammaire engendre un langage particulier se fait rarement sur des grammaires complètes mais peut se faire (et se fait) sur des parties de celles-ci ou des grammaires simples. On montre que :

  $\forall w \in \Sigma^*$ tel que $S \overset{*}{\Rightarrow} w$ on a $w \in L(G)$ et inversement, pour tout $w \in L(G)$ il existe une séquence de réduction telle que $S \Rightarrow w$.

- Toute expression régulière peut être codée par une grammaire non contextuelle. Le contraire n'est évidemment pas vrai. On restreint l'analyse lexicale à la reconnaissance des unités lexicales.

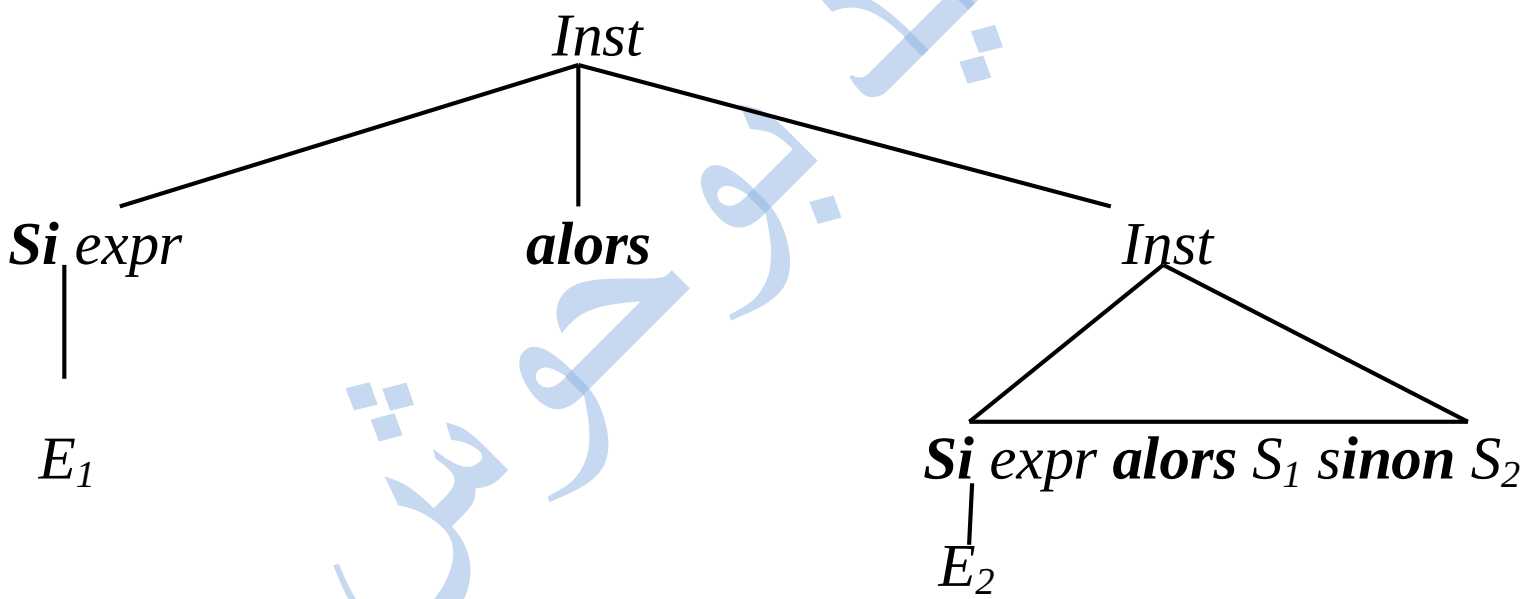
Suppression des ambiguïtés

La grammaire suivante :

$$
\begin{array}{lcl}
\textit{inst} & \rightarrow & \text{si } \textit{expr} \text{ alors } \textit{inst} \\
 & | & \text{si } \textit{expr} \text{ alors } \textit{inst} \text{ sinon } \textit{inst} \\
 & | & \text{autre}
\end{array}
$$

produit une ambiguïté sur la proto-phrase :

si E_1 alors si E_2 alors S_1 sinon S_2



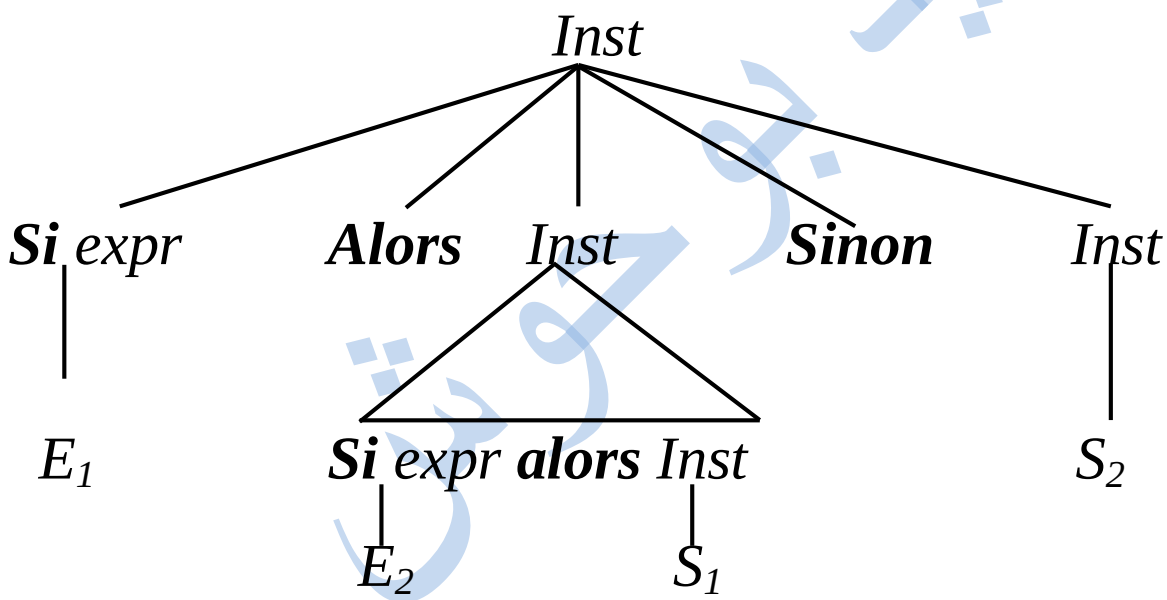
Suppression des ambiguïtés

La grammaire suivante :

$$
\begin{aligned}
\textit{inst} \quad \rightarrow \quad & \text{si } \textit{expr} \text{ alors } \textit{inst} \\
| \quad & \text{si } \textit{expr} \text{ alors } \textit{inst} \text{ sinon } \textit{inst} \\
| \quad & \text{autre}
\end{aligned}
$$

produit une ambiguïté sur la proto-phrase :

si E_1 alors si E_2 alors S_1 sinon S_2



Suppression des ambiguïtés

Solution : Affecter chaque sinon au alors précédant le plus proche. Réécrire la grammaire de la façon suivante.

inst	→	*instFermee*
		| *instNonFerme*
instFermee	→	si *expr* alors *instFermee* sinon *instFermee*
		| autre
instNonFermee	→	si *expr* alors *inst*
		| si *expr* alors *instFermee* sinon *instNonFermee*

On interdit les constructions du type :

si E_1 alors (si E_2 alors S_1) sinon S_2

qui seront interprétées comme :

si E_1 alors (si E_2 alors S_1 sinon S_2)

Suppression de la récursivité à gauche

Récursivité directe

Une grammaire récursive à gauche comporte des règles telles que $A \overset{+}{\Rightarrow} A\alpha$. Ce genre de dérivation ne peut pas être traité par des méthodes d'analyse descendante (celles que l'on étudie). On a donc besoin de transformer les règles $A \rightarrow A\alpha|\beta$ en les productions équivalentes:

$$\begin{aligned} A &\rightarrow \beta A' \\ A' &\rightarrow \alpha A'|\varepsilon \end{aligned}$$

Plus généralement si $A \rightarrow A\alpha_1|\ldots|A\alpha_n|\beta_1|\ldots|\beta_m$, où chaque β_i ne commence pas par A. On remplace cette production par :

$$\begin{aligned} A &\rightarrow \beta_1 A'|\beta_2 A'|\ldots|\beta_m A' \\ A' &\rightarrow \alpha_1 A'|\alpha_2 A'|\ldots|\alpha_n A'|\varepsilon \end{aligned}$$

Suppression de la récursivité à gauche

Exemple :

$$
\begin{aligned}
E &\rightarrow E + T \mid T \\
T &\rightarrow T * F \mid F \\
F &\rightarrow (E) \mid \mathbf{id}
\end{aligned}
$$

se réécrit en :

$$
\begin{aligned}
E &\rightarrow TE' \\
E' &\rightarrow +TE' \mid \varepsilon \\
T &\rightarrow FT' \\
T' &\rightarrow *FT' \mid \varepsilon \\
F &\rightarrow (E) \mid \mathbf{id}
\end{aligned}
$$

Suppression de la récursivité à gauche: récursivité indirecte

La récursivité à gauche peut être indirecte par exemple :

$$S \rightarrow Aa|b$$
$$A \rightarrow Ac|Sd|\varepsilon$$

On a la dérivation $S \overset{+}{\Rightarrow} Sda$, $(S \Rightarrow Aa \Rightarrow Sda)$.

® On ordonne les non terminaux et on supprime itérativement les réductions permettant $A_i \Rightarrow A_j\alpha \Rightarrow A_i\beta\alpha$. Puis on supprime les récursivités gauches.

procédure suprRecGauche (Grammaire S)
Déclaration i, j : Entiers
début Ordonner les non terminaux $A_1, \ldots, A_n$
pour i ←1 à n faire
pour j ←1 à i-1 faire
Remplacer $A_i \rightarrow A_j\gamma$ par $A_i \rightarrow \delta_1\gamma|\delta_2\gamma|\ldots|\delta_k\gamma$
Où $A_j \rightarrow \delta_1|\delta_2|\ldots|\delta_k$ sont les A_j productions courantes
finpour
supprimer les récursivités gauches immédiates des A_i productions
finpour
fin

Suppression de la récursivité à gauche : récursivité indirecte

Exemple: Soit la grammaire suivante avec l'ordre S, A.

$$\begin{aligned} S &\rightarrow Aa|b \\ A &\rightarrow Ac|Sd|\varepsilon \end{aligned}$$

La première itération ne modifie pas $S \rightarrow Aa \mid b$. La seconde remplace $A \rightarrow Sd$ par :

$$A \rightarrow Aad|bd$$

qui s'ajoutent aux productions $A \rightarrow Ac|\varepsilon$. On a donc $A \rightarrow Aad|Ac|bd|\varepsilon$ dont on supprime la récursivité gauche immédiate pour obtenir :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow Aa|b \\ A &\rightarrow bdA'|A' \\ A' &\rightarrow cA'|adA'|\varepsilon \end{aligned}$$

Factorisation à gauche

Différentes productions peuvent avoir les mêmes préfixes. Par exemple :

inst → si *expr* alors *inst*
| si *expr* alors *inst* sinon *inst*
| autre

Sur rencontre de si *expr* alors *inst* laquelle des deux règles appliquer ? On explicite ce choix par une factorisation gauche :

inst → si *expr* alors *inst S′*
S′ → sinon *instr* |ε

Cette dernière grammaire est plus efficace car le choix ne s'effectue que quand il doit se faire.

Factorisation à gauche

De façon plus générale si il existe $\alpha \neq \varepsilon$ tel que:

$$A \rightarrow \alpha\beta_1|\alpha\beta_2|\ldots|\alpha\beta_n|\gamma$$

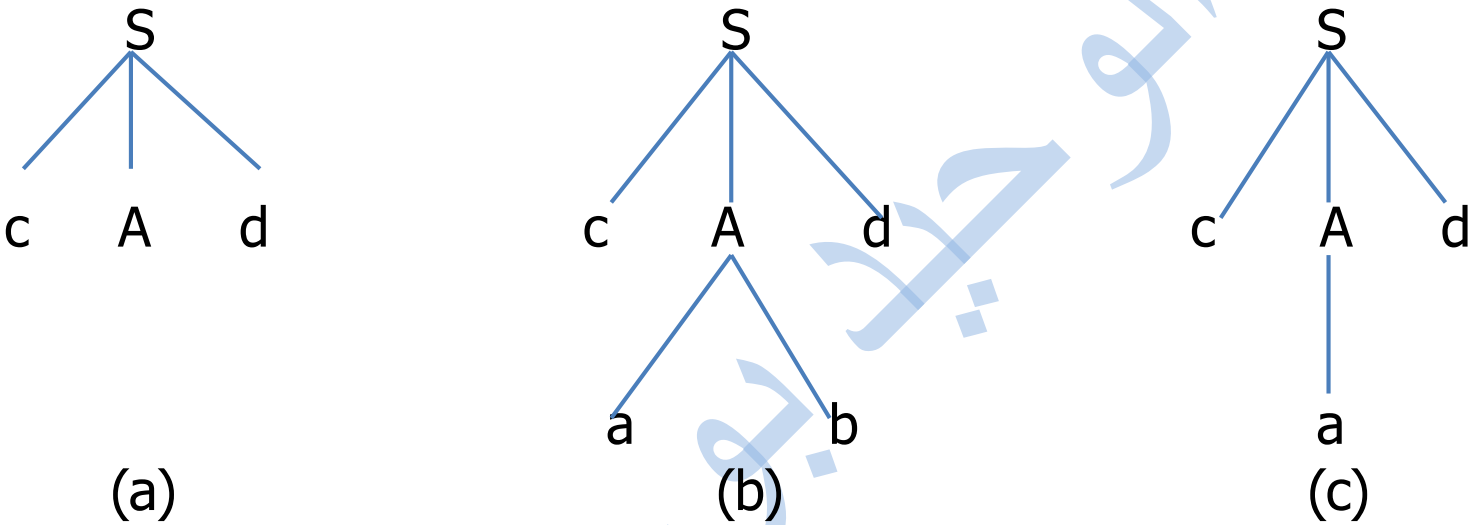
on remplace ces productions par:

$$\begin{aligned} A &\rightarrow \alpha A'|\gamma \\ A' &\rightarrow \beta_1|\beta_2|\ldots|\beta_n \end{aligned}$$

Le problème du rebroussement

Soit la grammaire :

$$S \rightarrow cAd$$
$$A \rightarrow ab|a$$



et la chaîne $w = cad$. On développe S(a). Le pointeur d'entrée est positionné sur c. La feuille la plus à gauche étant égale à c nous avançons le pointeur d'entrée sur a (second symbole de w) et appliquons la première production de A (b). On lit a sur le tampon d'entrée et la feuille la plus à gauche, on

Le problème du rebroussement

avance le pointeur d'entrée sur *d* et lisons la feuille *b* : Erreur. On backtraque donc et ramenons le pointeur sur *c*, on applique ensuite la deuxième production de *A* qui nous permet de reconnaître *w*.

- On comprend de l'exemple précédent que des grammaires récursives à gauche peuvent faire boucler des analyseurs prédictifs.
- Notre objectif va être de supprimer autant que possible le backtracking quitte à restreindre les grammaires.

Grammaires et diagrammes de transitions

On associe un diagramme à chaque non terminal. Pour chaque production $A \rightarrow X_1 \ldots X_n$ on crée un chemin de l'état initial à l'état final avec les transitions $X_1 \ldots\ldots X_n$.

$$
\begin{array}{lcl}
E & \rightarrow & TE' \\
E' & \rightarrow & +TE' | \varepsilon \\
T & \rightarrow & FT' \\
T' & \rightarrow & *FT' | \varepsilon \\
F & \rightarrow & (E) | \mathbf{id}
\end{array}
$$

Exemple sur la grammaire d'expressions régulières simplifiées.

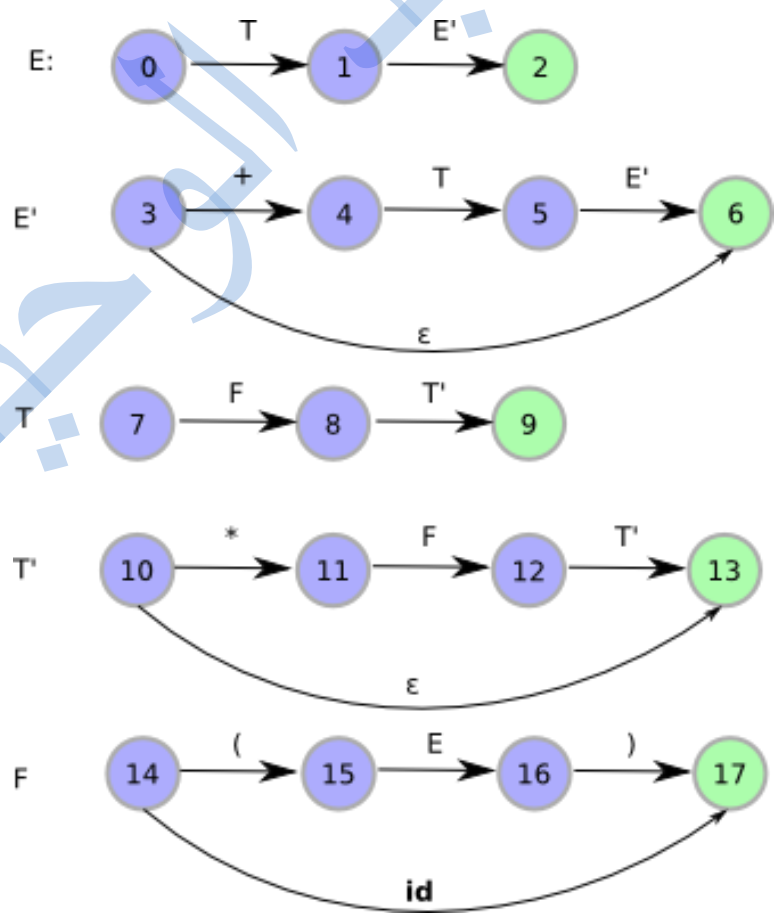
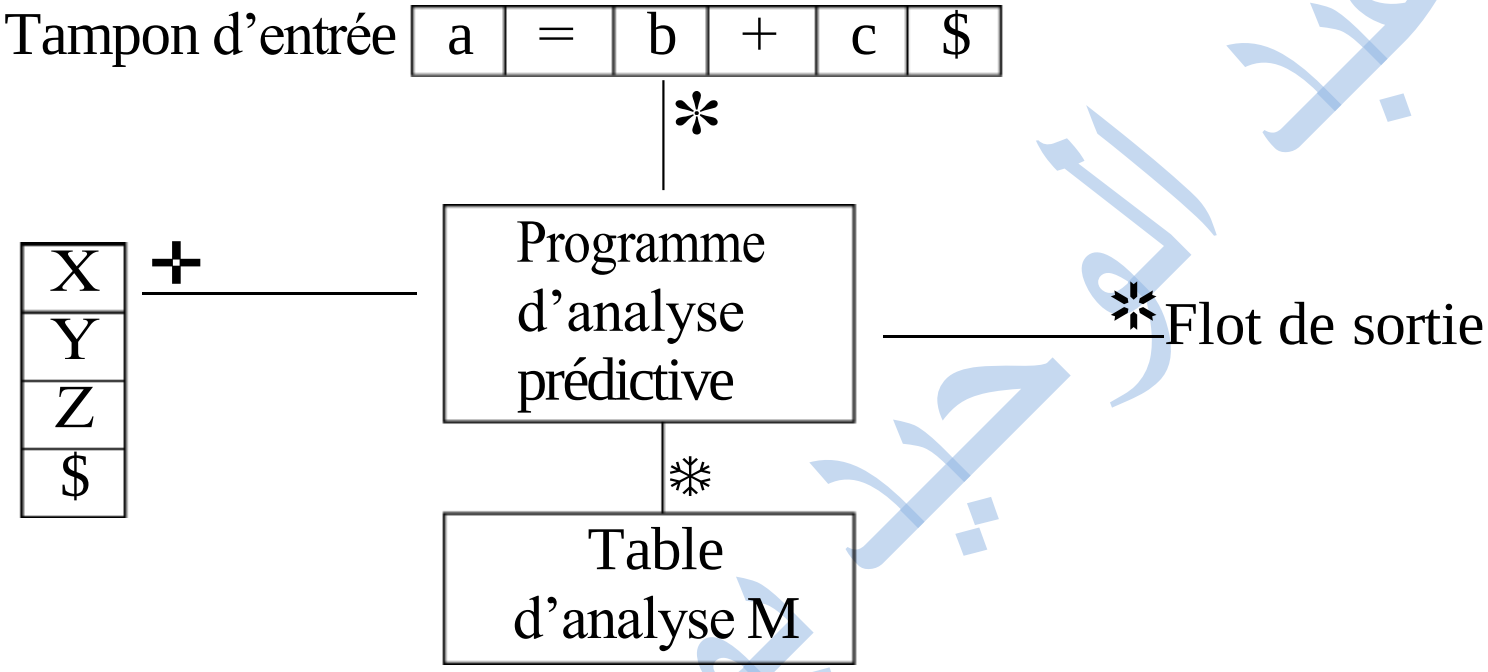


Schéma d'un analyseur syntaxique prédictif

- Commencer dans l'état de départ de l'axiome.
- Si on est dans un état s avec une transition (s, t) étiquetée par le terminal a, et si le prochain symbole d'entrée est a aller en t et décaler l'entrée d'un cran sur la droite.
- Si (s, t) est étiquetée par un non terminal A, aller dans l'état de départ de A. Si on atteint l'état final de A, passer à t.
- si (s, t) est étiquetée par ε on passe directement à t.

  On doit donc lire le tampon d'entrée et empiler au moins les règles qu'on utilise.

Analyse prédictive



L'analyseur lit le tampon d'entrée et décide de la prochaine action à effectuer en fonction du sommet de pile et de la table *M*.

Analyse prédictive

Plus précisément: Si X est le sommet de pile et a l'entrée courante.

- Si $X = a = \$$ l'analyseur s'arrête et indique succès.
- Si $X = a \neq \$$ l'analyseur dépile X et décale le tampon d'entrée.
- Si X est un non terminal. L'analyseur consulte $M[X, a]$.
- Si $M[X, a] = erreur$, l'analyseur indique une erreur.

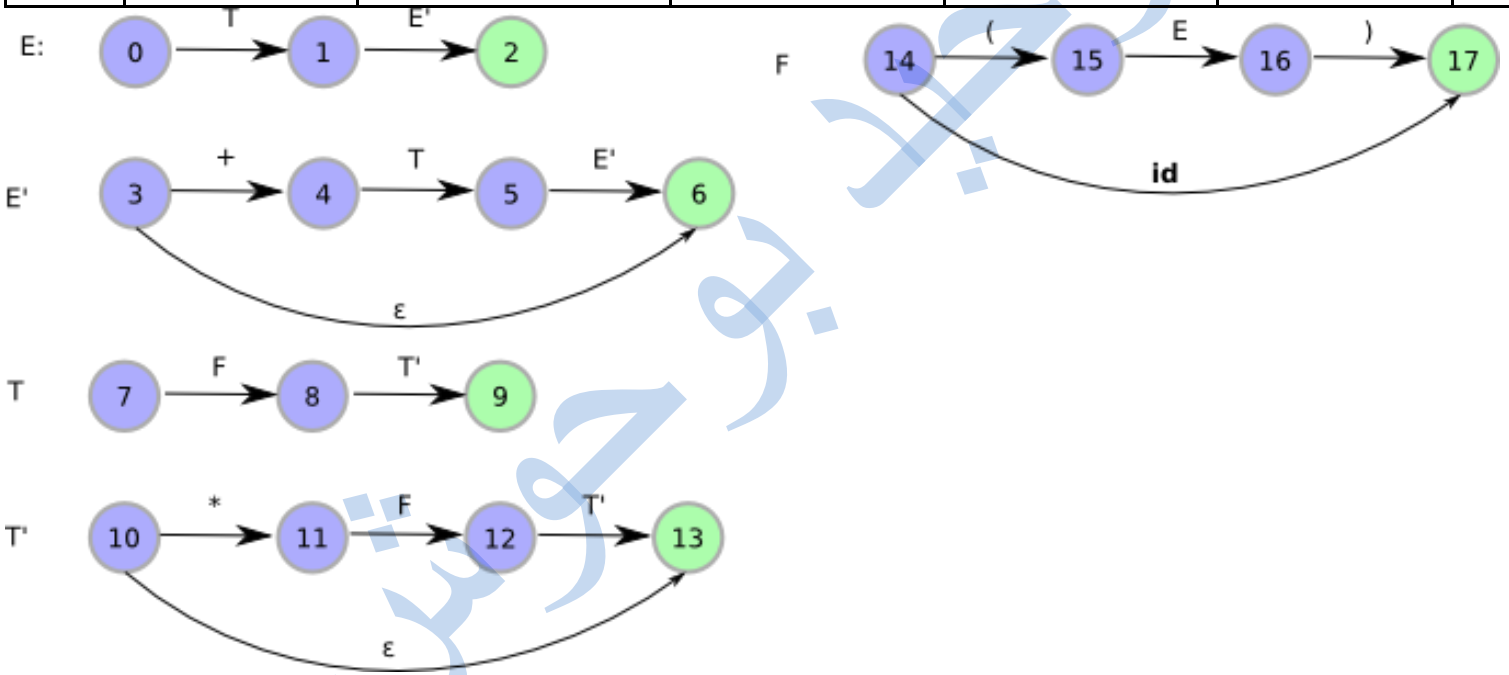
Sinon $M[X, a]$ est une production $X \rightarrow UVW$ et l'analyseur dépile X et empile W, V et U (dans cet ordre)

Analyse prédictive : Algorithme

procédure AnalysePredictive (P : pile, M : table, T : tampon)
    Déclaration ps : pointeur sur T
début
    répéter
        X ← sommet de P
        a ← valeur pointée par ps
        si X est un terminal ou $ alors
            si X=a alors dépiler X, avancer ps sinon Erreur()
        sinon
            si M[X, a]=$X \rightarrow Y_1 \dots Y_n$ alors
                dépiler X, Empiler $Y_n, \dots, Y_1$
                Emmètre en sortie $X \rightarrow Y_1 \dots Y_n$
            sinon
                Erreur()
            finsi
        finsi
    jusqu'à ce que X = $
fin

Exemple de table d'analyse

	id	+	*	(	)	$
E	$E \rightarrow TE'$			$E \rightarrow TE'$		
E′		$E' \rightarrow +TE'$			$E' \rightarrow \varepsilon$	$E' \rightarrow \varepsilon$
T	$T \rightarrow FT'$			$T \rightarrow FT'$		
T′		$T' \rightarrow \varepsilon$	$T' \rightarrow *FT'$		$T' \rightarrow \varepsilon$	$T' \rightarrow \varepsilon$
F	$F \rightarrow id$			$F \rightarrow (E)$		



FIRST et FOLLOW

Une question récurrente en compilation est: L'application de cette production me permettra t-elle de décaler tel symbole sur le tampon d'entrée ?. Les fonctions FIRST et FOLLOW nous aident à y répondre.

- Si α est une proto-phrase, FIRST(α) est l'ensemble des terminaux *a* tel que $\alpha \overset{*}{\Rightarrow} aw$. Si $\alpha \overset{*}{\Rightarrow} \varepsilon$ alors $\varepsilon \in FIRST(\alpha)$.
- Si *A* est un non terminal FOLLOW(A) est l'ensemble des terminaux *a* tel qu'il existe une dérivation $S \overset{*}{\Rightarrow} \alpha A a \beta$. Si *A* est le symbole le plus à droite d'une proto-phrase ($S \overset{*}{\Rightarrow} \alpha A$) alors $\$ \in FOLLOW(A)$.

Calcul de FIRST

Calcul de FIRST(X), pour tout symbole X de la grammaire

1. Si X est un terminal, $FIRST(X) = \{X\}$
2. Si $X \rightarrow \varepsilon$, ajouter ε à FIRST(X)
3. Si X est un non terminal et $X \rightarrow Y_1 \ldots Y_k$.

procédure UpdateFirst (FIRST(X), $Y_1, \ldots Y_k$)

début

i ← 1

répéter

FIRST(X) ← $FIRST(X) \cup FIRST(Y_i)$

i → i+1

jusqu'à ce que $\varepsilon \notin FIRST(Y_{i-1})$

fin

Le calcul de FIRST(X_1 . . . X_n) se fait par une méthode analogue à UpdateFirst.

Calcul de FOLLOW

1. Ajouter \$ à FOLLOW(S), S l'axiome, \$ la fin de chaîne.
2. Pour toute production $B \rightarrow \alpha A \beta$,

$$FOLLOW(A) \leftarrow FOLLOW(A) \cup (FIRST(\beta) - \{\varepsilon\}).$$

3. Pour toute production $B \rightarrow \alpha A$ ou $B \rightarrow \alpha A \beta$ avec $\varepsilon \in FIRST(\beta)$,

$$FOLLOW(B) \leftarrow FOLLOW(A) \cup FOLLOW(B).$$

Calcul de FIRST et FOLLOW: Exemple

Reprenons notre grammaire:

$$
\begin{aligned}
E &\rightarrow TE' \\
E' &\rightarrow +TE' \mid \varepsilon \\
T &\rightarrow FT' \\
T' &\rightarrow *FT' \mid \varepsilon \\
F &\rightarrow (E) \mid \mathbf{id}
\end{aligned}
$$

FIRST(F)	=	{(, id}	FOLLOW(E)	=	{$,)}
FIRST(T')	=	{*, ε}	FOLLOW(E')	=	{$,)}
FIRST(T)	=	{(, id}	FOLLOW(T)	=	{+,$,)}
FIRST(E')	=	{+, ε}	FOLLOW(T')	=	{+,$,)}
FIRST(E)	=	{(, id}	FOLLOW(F)	=	{+,$,),*}

Construction des tables

- La production $A \rightarrow \alpha$, peut être utilisée si l'entrée sur le tampon d'entrée appartient à FIRST(α).
- Si $\alpha \overset{*}{\Rightarrow} \varepsilon$, on peut toujours utiliser cette règle si le symbole d'entrée appartient à FOLLOW(A) (y compris si ce symbole est $).

Donc on construit la table de la façon suivante:

1. Pour chaque production $A \rightarrow \alpha$ faire les étapes 2 et 3.
2. Pour chaque terminal a dans FIRST(α), ajouter $A \rightarrow \alpha$ à M[A, a]
3. Si $\varepsilon \in FIRST(\alpha)$, ajouter $A \rightarrow \alpha$ à M[A, b] pour tout $b \in FOLLOW(A)$. Si $\varepsilon \in FIRST(\alpha)$ et $\$ \in FOLLOW(A)$ ajouter $A \rightarrow \alpha$ à M[A, $].
4. Toute entrée de M non remplie correspond à une erreur.

Analyse Prédictive: Exemple

Reprenons la grammaire G précédente et la table d'analyse correspondante. L'algorithme de l'analyse prédictive non récursive appliqué à G et à w = id+id*id donne la séquence suivante :

PILE	TAMPON	SORTIE
$E	id+id*id$	
$E'T	id+id*id$	E → TE'
$E'T'F	id+id*id$	T → FT'
$E'T'**id**	id+id*id$	F → **id**
$E'T'	+id*id$	
$E'	+id*id$	T → Ɛ

Analyse Prédictive: Exemple

$E'T+	+id*id$	$E' \rightarrow +TE'$
$E'T	id*id$	
$E'T'F	id*id$	$T \rightarrow FT'$
$E'T'id	id*id$	$F \rightarrow \mathbf{id}$
$E'T'	*id$	
$E'T'F*	*id$	$T' \rightarrow *FT'$
$E'T'F	id$	
$E'T'id	id$	$F \rightarrow \mathbf{id}$
$E'T'	$	
$E'	$	$T' \rightarrow \varepsilon$
$	$	$E' \rightarrow \varepsilon$

Grammaires LL(1)

Toute grammaire dont la table remplie par l'algorithme précédent ne comporte pas d'entrée multiple est appelée LL(1): Left to right scanning, Leftmost derivation, utilisant un symbole de prévision.

Une grammaire est LL(1) ssi pour toute production $A \rightarrow \alpha|\beta$

1. Pour aucun terminal a nous avons $\alpha \overset{*}{\Rightarrow} aw$ et $\beta \overset{*}{\Rightarrow} aw'$,
2. Au plus une des chaînes α ou β peut se dériver en la chaîne vide,
3. Si $\beta \overset{*}{\Rightarrow} \varepsilon$, α ne se dérive pas en une chaîne commençant par un terminal de FOLLOW(A).

Notre grammaire des expressions arithmétiques est LL(1). La grammaire correspondant au si sinon ne l'est pas.

Grammaires LL(1) : Conclusions

- Les grammaires LL(1) restent suffisamment simples pour pouvoir être développées ‘à la main’.
- Le pouvoir expressif de ces grammaires reste très limité.