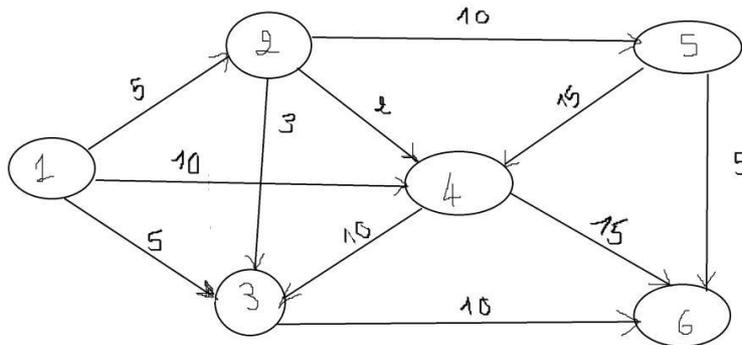


## SÉRIE DE TD N°4

### PROBLÈME DE FLOT DANS UN RÉSEAU DE TRANSPORT

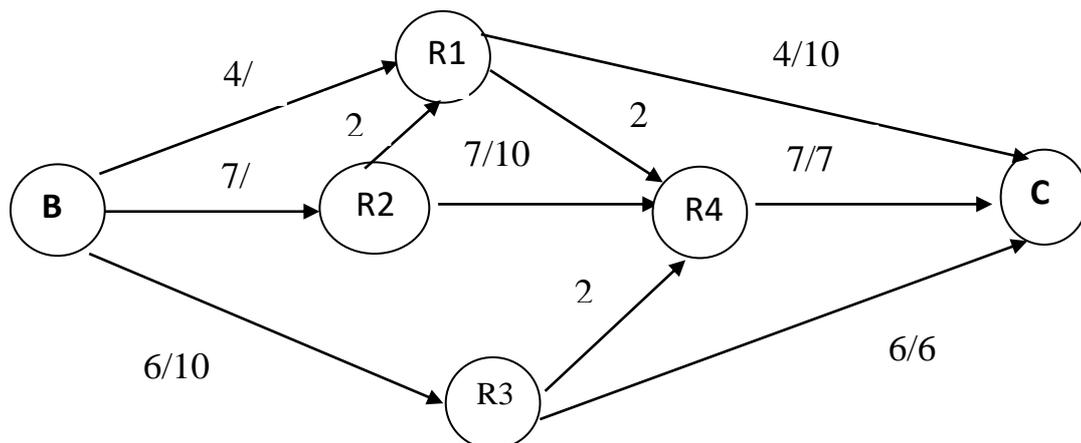
**EXERCICE 1.** Soit le réseau de flot ci-dessous.



1. Que représentent les poids des arcs ?
2. Faire circuler dans ce graphe un flot réalisable, entre l'entrée 1 et la sortie 6, et donner la valeur du flot trouvée.
3. Donner le graphe résiduel correspondant.
4. Ce flot est-il maximum? Justifier.

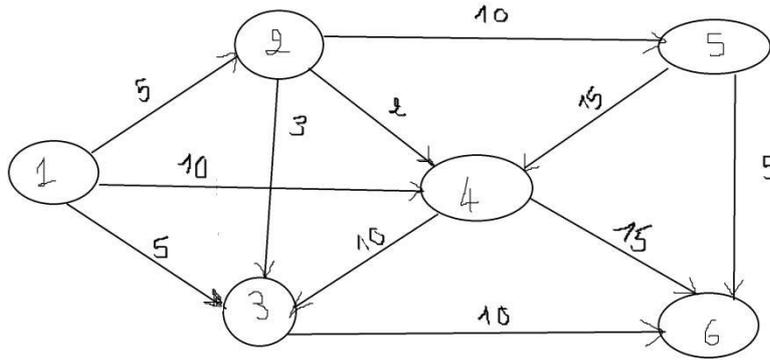
**Exercice 2.**

On veut modéliser l'acheminement d'eau entre un barrage **B** et un château d'eau **C** dans une partie d'un réseau hydraulique. Pour cela on utilise le graphe suivant. Les sommets représentent des réservoirs temporaires, et les arcs des tuyaux, on associe à chaque arc une capacité en mètres cubes d'eau par heure et un flot correspond à la quantité d'eau à un moment donné.



1. Le flot dans ce réseau est-il réalisable ?
2. Quel est le flot dans ce réseau ?
3. Quel est le débit maximum possible d'eau entre les sommets B et C ? (appliquer l'algorithme de Ford-Fulkerson).

**SOLUTION EXERCICE 1.** Soit le réseau de flot ci-dessous.

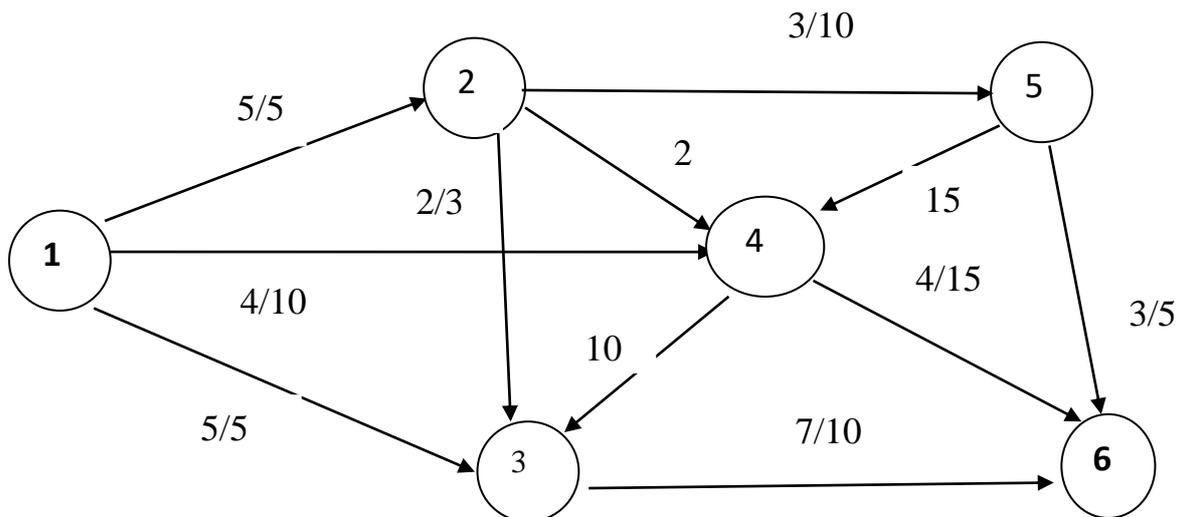


1. Que représentent les poids des arcs ?  
les poids représentent les capacités des arcs.
2. Faire circuler dans ce graphe un flot réalisable, entre l'entrée 1 et la sortie 6, et donner la valeur du flot trouvée.

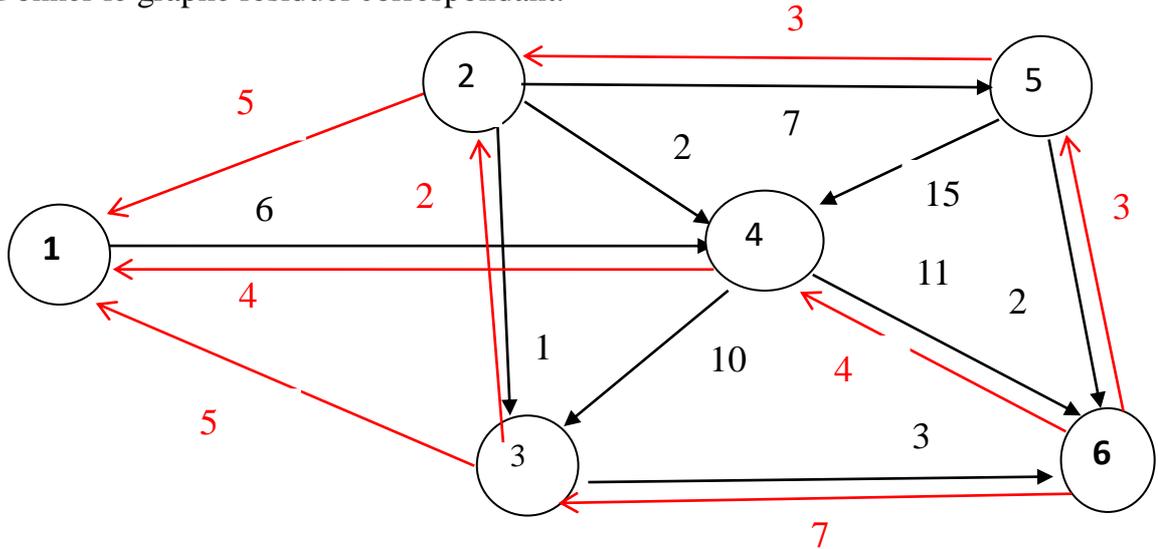
**Un flot réalisable vérifie les 2 conditions :**

- Pour tout arc  $(u,v) \in U$ , on a  $0 \leq \varphi(u,v) \leq C(u,v)$
- Et que la loi des nœuds est vérifiée pour tout nœud du réseau. : les flots entrants dans le nœud = les flots sortants du nœud
- On peut avoir plusieurs exemples il faut seulement vérifier les conditions

**La valeur du flot =14**



3. Donner le graphe résiduel correspondant.



4. Ce flot est-il maximum? Justifier.

Ce flot n'est pas maximum.

Justification : il y a des chemins augmentants dans le graphe résiduel à partir de 1 vers 6 :

- Le chemin 146 avec une capacité = 6
- Le chemin 1436 avec une capacité = 3

## Solution exercice 2

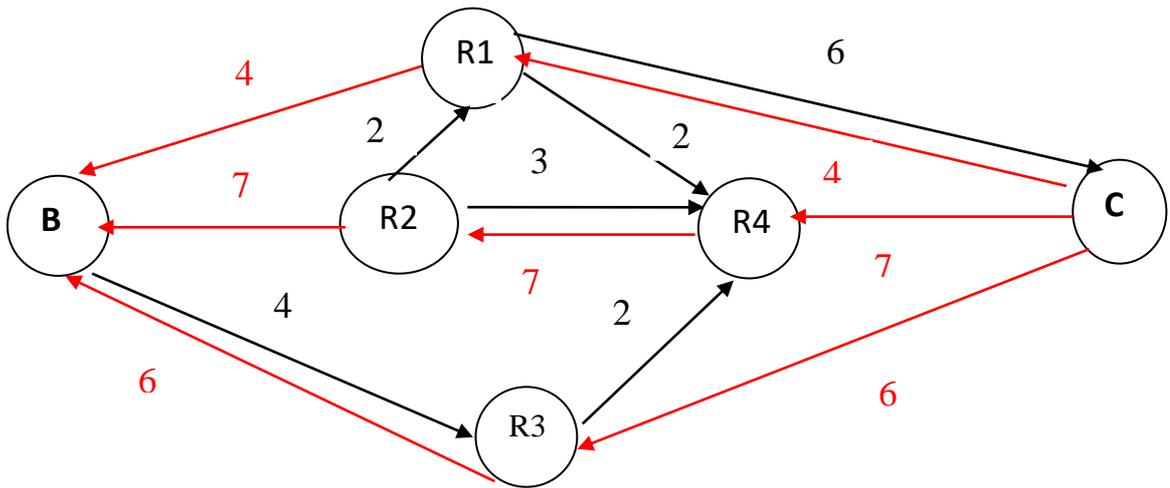
**1- Un flot réalisable vérifie les 2 conditions :**

- pour tout arc  $(u,v) \in U$ , on a  $0 \leq \varphi(u,v) \leq C(u,v)$
- et que la loi des nœuds est vérifiée pour tout nœud du réseau. : les flots entrants dans le nœud = les flots sortants du nœud

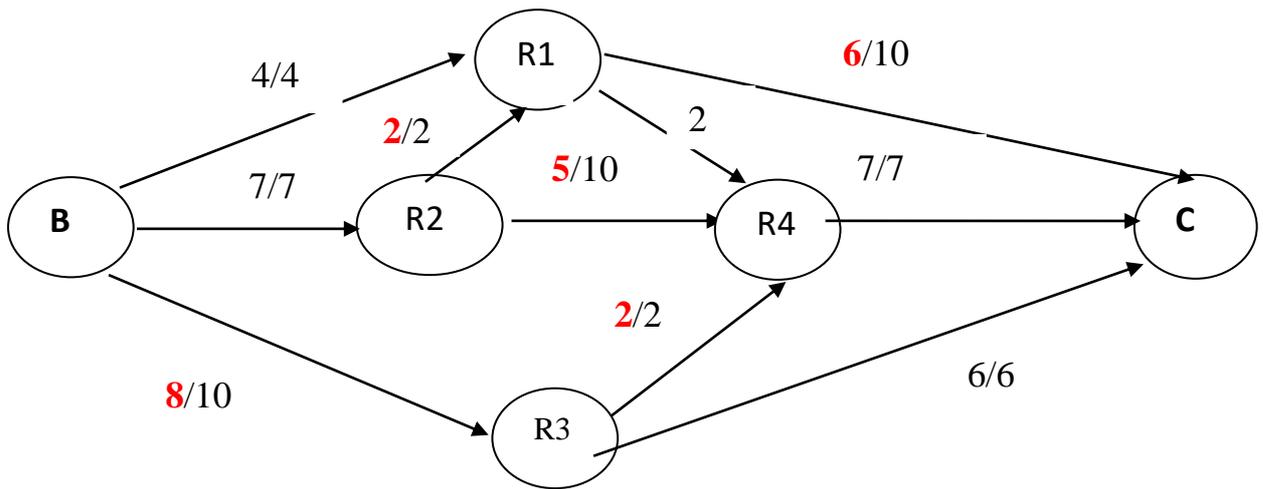
**Dans ce réseau on voit que les arcs vérifient la première condition et que les nœuds R1, R2, R3 et R4 vérifient la loi des nœuds**

**2- le flot dans ce réseau = 17 la somme des flots sortants de la source = la somme des flots entrants dans le puit = 17**

**3- Quel est le débit maximum possible d'eau entre les sommets B et C : pour trouver le débit ou le flot maximum en trace le graphe résiduel et on cherche un chemin augmentant :**



Dans ce graphe résiduel il y a un chemin augmentant entre B et C :  $BR_3R_4R_2R_1C$  avec une capacité =2 donc on peut augmenter le flot de 2 suivant le chemin augmentant et on obtient le graphe suivant :



Le flot du réseau = 19

On refait le graphe résiduel et dans ce cas on ne trouvera plus de chemin augmentant entre B et C alors le **débit maximum = 19**

