Université 20 Aout 1955 de Skikda
Faculté des Sciences
Département d'Informatique

2ème Année TC Informatique
Module Logique Mathématique
Année Universitaire 2024/2025

SERIE D'EXERCICES N°01

Exercice 01

Formaliser en logique propositionnelle les phrases suivantes :

1) Il fait chaud ou il fait froid
2) Si le drapeau n'est pas rouge ou n'est pas vert, il est orange
3) Quand Ali a de bonnes notes, il est content
4) Quand Ali a de bonnes notes, il est content, or il a de bonnes notes donc il est content
5) Si Ali est un étudiant il a une carte d'étudiant, or il n'a pas de carte d'étudiant donc ce n'est pas un étudiant
6) Personne n'a ri, ou même souri.
7) Jean n'est pas seulement stupide, mais il est aussi méchant
8) Il n'est pas vrai que Pierre viendra si Marie ou Jean vient
9) Jean ne viendra que si Paul ne vient pas
10) Si tu ne m'aides pas quand j'ai besoin de toi, je ne t'aiderai pas quand tu auras besoin de moi

Exercice 02

Formaliser le raisonnement suivant dans la logique propositionnelle :

Si Ali est venu seul, il a pris le bus ou le train.
S'il a pris le bus ou sa voiture alors il est arrivé en retard et a manqué la réunion.
Il n'est pas arrivé en retard.
Donc, s'il est venu seul, il a pris le train.

Exercice 03

Soient les formules propositionnelles suivantes :

1) $\big((A) \rightarrow (B)\big) \rightarrow (((B) \rightarrow (C)) \rightarrow ((A) \rightarrow (C)))$
2) $(\urcorner\big((A) \vee \big(\urcorner(B)\big)\big)) \rightarrow (\urcorner(A) \rightarrow (A))$
3) $(\urcorner(\urcorner((A) \vee (B)))) \rightarrow ((\urcorner(\urcorner(A))) \vee (\urcorner(\urcorner(\mathrm{B}))))$

a) Donner l'arbre de décomposition de chaque formule en déduisant l'ensemble de sous formules dans chaque cas.
b) Simplifier syntaxiquement les formules ci-dessus.

Exercice 04

Soit la formule propositionnelle $\phi = (A \vee B) \wedge (\urcorner A \rightarrow B \vee C)$

Effectuez les substitutions suivantes :

1) $\phi[\mathrm{B}/\mathrm{A}]$
2) $\phi[\mathrm{C}/\mathrm{A}\,, \mathrm{C} \wedge A/C]$
3) $(\phi[\mathrm{C}/\mathrm{A}])[\mathrm{C} \wedge A/C]$
4) $(\phi[\mathrm{C}/\mathrm{A}, \mathrm{B}/\mathrm{D}])[\mathrm{C} \wedge A/C]$
5) $(\phi[\mathrm{A} \wedge B/\mathrm{A}])[\urcorner\urcorner A/A]$

Exercice 05

1) Effectuer l'analyse de vérité des formes suivantes :
   a) $(A \vee \urcorner B) \leftrightarrow (B \rightarrow C)$
   b) $(A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow A) \rightarrow (A \leftrightarrow B))$
2) Utiliser les résultats pour trouver des synonymes sous forme normale conjonctive (FNC) et disjonctives (FND)
3) Mettre la formule suivante sous FNC et FND sans utiliser la table de vérité:
   $(A \rightarrow \urcorner B \wedge C) \rightarrow D$

Exercice 06

Soit la formule suivante : $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$

1) Quelles sont les formules propositionnelles qu'on peut obtenir en plaçant des couples de parenthèses ?
2) Déterminer celles qui sont synonymes.

Exercice 07

On se propose d'étendre la logique propositionnelle par un nouveau connecteur binaire défini par : A | B = $\urcorner(A \wedge B)$

1) Dresser la table de vérité de ce connecteur
2) Exprimer chacun des connecteurs $\urcorner\ \wedge\ \vee \rightarrow \leftrightarrow$ en fonction du connecteur | seulement.

Exercice 08

Pour chacune des formules suivantes, dire sil s'agit d'une tautologie, d'une antilogie, ou d'une formule satisfaisable :

1) $(p \wedge q \wedge r) \rightarrow (p \vee q)$
2) $(a \rightarrow c) \leftrightarrow ((a \vee c) \leftrightarrow b)$
3) $(p \rightarrow q) \rightarrow p$
4) $\big(p \leftrightarrow (q \vee r)\big) \rightarrow (\urcorner q \rightarrow (p \vee r))$

Exercice 09

Ali, Mohamed et Madjid sont arrêtés suite à un vol.

Ali déclare : " Mohamed a volé mais pas Madjid" $\alpha 1$

Mohamed déclare : " si Ali a volé alors Madjid aussi" $\alpha 2$

Madjid déclare : " je n'ai pas volé mais au moins l'un des deux autres a volé " $\alpha 3$

1) Ecrire les FP associées à $\alpha 1$, $\alpha 2$ et $\alpha 3$
2) L'ensemble $\sum = \{\alpha 1, \alpha 2, \alpha 3\}$ est il compatible ? Peut-on conclure dans ce cas, qui a volé ?
3) On suppose que toutes les déclarations sont fausses, peut on conclure qui a volé ?

Exercice 10

Soit $\sum = \{Q1, Q2, ..., Qn\}$ un ensemble de formules tel que :

$Q_1 = \alpha_1 \rightarrow \alpha_2$

$Q_2 = \alpha_2 \rightarrow \alpha_3$

…

$Q_{n-1} = \alpha_{n-1} \rightarrow \alpha_n$

$Q_n = \alpha_n \rightarrow \neg\alpha_1$

$\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n$ sont des variables propositionnelles.

a) L'ensemble $\sum$ est il compatible ? Justifier.

b) Donner l'ensemble de modèle de $\sum$.

Exercice 11

Soit $\sum$ un ensemble compatible de formules propositionnelles.
Montrer que pour toute formule propositionnelle Q l'un des ensemble est compatible : $\sum \cup \{Q\}$ ou $\sum \cup \{\neg Q\}$

Exercice 12

Soit le raisonnement suivant :

Quand il fait soleil, je mets mes lunettes ou je ne sors pas.
Je ne reste à la maison que sans lunettes et par temps gris.
Donc si je ne mets pas mes lunettes, c'est qu'il fait gris.

1) Formaliser ce raisonnement en utilisant les variables suivantes :
   a : il fait soleil, b : je mets mes lunettes, c : je reste à la maison
2) Montrer que le raisonnement ci-dessus est correct (valide) en utilisant la table de vérité

Exercice 13

On considère les raisonnements suivants :

a. Si le chat survient, les souris disparaissent,
or le chat survient,
donc les souris disparaissent.

b. Si le chat survient, les souris disparaissent,
or les souris disparaissent,
donc le chat survient.

c. Si le chat survient, les souris disparaissent,
or le chat ne survient pas,
donc les souris ne disparaissent pas.

d. Si le chat survient, les souris disparaissent,
or les souris ne disparaissent pas,
donc le chat ne survient pas.

1) À l'aide des variables propositionnelles p et q représentant respectivement les propositions « le chat survient » et « les souris disparaissent », représenter chacun des raisonnements a, b, c et d par des formules de la logique propositionnelle.
2) Lesquels, parmi les raisonnements a, b, c et d, sont corrects et lesquels sont incorrects ? Justifier.

Exercice 14

A l'aide de la méthode de résolution en calcul propositionnel, démontrer que la formule suivante est théorème ou contradiction :

$$(A \to B) \wedge (\urcorner A \to B \vee C) \wedge (\urcorner C \to \urcorner B) \wedge \big((B \wedge C) \to \urcorner A\big) \wedge (C \to A)$$

Exercice 15

A l'aide de la méthode de résolution en calcul propositionnel, démontrer la déduction suivante :

$$\{A \vee B \vee \urcorner D, \urcorner A \vee C \vee \urcorner D, \urcorner B, D\} \vdash \mathrm{C}$$